

Pavel Obdržálek, OM

6) *Zadání:* Pomocí simplexové metody nalezněte nejprve přípustné bazické řešení a následně i optimální řešení následující úlohy:

$$\begin{aligned} \max \quad & 2x_1 + x_3 + x_4 \\ 8x_1 - 3x_3 - x_4 + 2x_6 &= 16 \\ 4x_2 - x_3 - x_4 &= 8 \\ -x_2 + x_3 + x_5 &= 2 \\ -2x_3 + x_4 + x_6 &= 4 \\ x_1, \dots, x_6 &\geq 0 \end{aligned}$$

6) *Vypracování:* Jelikož se nejedná o standardní problém pro řešení SM, musíme si představit, že ve skutečnosti řešíme úlohu:

$$\begin{aligned} \max \quad & 2x_1 + x_3 + x_4 \\ 8x_1 - 3x_3 - x_4 + 2x_6 &= 16 \Leftrightarrow x_6 = 8 - 4x_1 + \frac{3}{2}x_3 + \frac{1}{2}x_4 \\ 4x_2 - x_3 - x_4 &= 8 \\ -x_2 + x_3 + x_5 &= 2 \Leftrightarrow x_5 = 2 + x_2 + x_3 \\ -2x_3 + x_4 + x_6 &= 4 \Leftrightarrow -2x_3 + x_4 + 8 - 4x_1 + \frac{3}{2}x_3 + \frac{1}{2}x_4 = 4 \end{aligned}$$

Po přepisu do tabulky:

$$\begin{array}{cccccc|c} 8 & 0 & -3 & -1 & 0 & 2 & 16 \\ 0 & 4 & -1 & -1 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ -4 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} & 0 & 0 & 4 \\ \hline -2 & 0 & -3 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Zvolíme pivot a vynulujeme sloupec:

$$\begin{array}{cccccc|c} 1 & 0 & \frac{-3}{8} & \frac{-1}{8} & 0 & \frac{1}{4} & 2 \\ 0 & 4 & -1 & -1 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 1 & 0 & 1 & 12 \\ \hline 0 & 0 & \frac{-15}{4} & \frac{-5}{4} & 0 & \frac{1}{2} & 4 \end{array}$$

A opakujeme postup:

$$\begin{array}{cccccc|c} 1 & 0 & \frac{-3}{8} & \frac{-1}{8} & 0 & \frac{1}{4} & 2 \\ 0 & 1 & \frac{-1}{4} & \frac{-1}{4} & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & \frac{3}{4} & \frac{-1}{4} & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & -2 & 1 & 0 & 1 & 12 \\ \hline 0 & 0 & \frac{-15}{4} & \frac{-5}{4} & 0 & \frac{1}{2} & 4 \end{array}$$

Po zvolení pivotu přepíšeme na:

$$\begin{array}{cccc|ccc}
1 & 0 & 0 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 4 \\
0 & 1 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{4} & 0 & \frac{10}{3} \\
0 & 0 & 1 & -\frac{1}{3} & \frac{3}{4} & 0 & \frac{16}{3} \\
0 & 0 & 0 & \frac{3}{4} & \frac{3}{8} & 1 & \frac{3}{68} \\
\hline
0 & 0 & 0 & -\frac{10}{4} & 5 & \frac{1}{2} & 24
\end{array}$$

A ještě jednou zopakujeme:

$$\begin{array}{cccc|ccc}
1 & 0 & 0 & 0 & \frac{3}{2} & 1 & 21 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 3 & 0 & 26 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 4 & 1 & 28 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 8 & 3 & 68 \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 & 25 & 8 & 194
\end{array}$$

Odtud máme řešení: $x_1 = 21$, $x_2 = 26$, $x_3 = 28$, $x_4 = 68$, $x_5 = 2 + x_2 + x_3 = 2 + 26 + 28 = 56$,
 $x_6 = 8 - 4x_1 + \frac{3}{2}x_3 + \frac{1}{2}x_4 = 8 - 84 + 42 + 34 = 0$. Hodnota účelové funkce byla maximalizována na 138.